

Zadanie 83.

Wiązka zadań Wilki i zajęcy

Klasyczny model Lotki-Volterry opisuje interakcje między populacjami dwóch gatunków. Niech W_n i Z_n oznaczają liczebność populacji odpowiednio wilków i zajęcy, gdzie n jest numerem kolejnego miesiąca. Model definiują następujące dwa wzory:

$$\begin{aligned}Z_{n+1} &= Z_n + a Z_n - b Z_n W_n, \\W_{n+1} &= W_n + b Z_n W_n - c W_n,\end{aligned}$$

gdzie a, b, c są parametrami modelu i mają następujące znaczenie:

- a — współczynnik przyrostu liczby zajęcy,
- b — współczynnik umierania zajęcy na skutek polowań wilków,
- c — współczynnik umierania wilków.

Przyjmujemy następujące początkowe wartości populacji:

$$Z_0 = 100, \quad W_0 = 30.$$

Rozważamy model Lotki-Volterry z parametrami:

$$a = 0,02, \quad b = 0,0005, \quad c = 0,05.$$

Dla potrzeb matematycznych modeli symulacyjnych przyjmujemy, że wartości Z_n i W_n mogą być liczbami niecałkowitymi. Poniżej podano wartości populacji wilków i zajęcy w pierwszych 5 miesiącach symulacji (wartości zaokrąglono do 2 miejsc po przecinku):

n	Zajęcy (Z_n)	Wilki (W_n)
0	100,00	30,00
1	100,50	30,00
2	101,00	30,01
3	101,51	30,02
4	102,01	30,05
5	102,52	30,08

Wykorzystując dostępne narzędzia informatyczne, wykonaj poniższe zadania. Odpowiedzi (z wyjątkiem wykresu do zadania 3) zapisz w pliku o nazwie `wyniki_wilki.txt`. Wyniki do każdego zadania poprzedź numerem oznaczającym to zadanie. Wykres do zadania 3 umieść w pliku `wykres_wilki.xxx`, gdzie `xxx` oznacza rozszerzenie odpowiednie dla formatu pliku.

83.1.

Podaj liczebność populacji wilków i zające po upływie 5 lat (60 miesięcy). Wynik podaj z dokładnością do 2 miejsc po przecinku.

83.2.

Dla podanych powyżej wartości a , b , c i wartości początkowych Z_0 , W_0 przebieg symulacji jest następujący:

- na początku następuje przyrost obu populacji;
- gdy wilków przybędzie odpowiednio dużo, to populacja zające zaczyna maleć;
- gdy liczebność populacji zające zaczyna spadać, to zaczyna też spadać liczebność populacji wilków.

Podaj, kiedy zacznie maleć populacja zające, tzn. podaj najmniejszą wartość n , dla której $Z_n < Z_{n-1}$. Podaj też, kiedy nastąpi spadek populacji wilków, tzn. podaj najmniejszą wartość m , dla której $W_m < W_{m-1}$.

83.3.

Utwórz wykres liniowy przedstawiający liczebność populacji wilków i zające w kolejnych miesiącach w ciągu pierwszych 20 lat symulacji. Pamiętaj o czytelnym opisie wykresu.

83.4.

Rozważ symulację liczebności populacji wilków i zające w okresie 40 lat. Podaj najmniejszą i największą liczebność wilków i zające, jaka może być wskazana w rozważanym modelu. Odpowiedzi podaj z dokładnością do 2 miejsc po przecinku.

	Zające	Wilki
Najmniejsza liczebność populacji		
Największa liczebność populacji		